

Наукова робота на конкурс за напрямом:

«Технічні науки»

на тему:

«Проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса»

Зміст

Вступ.....	3
1 Сучасний стан методики проектування поверхні лопаті робочого колеса ВЦН. .	5
1.1 Об'єкт дослідження.....	5
1.2 Основи методики проектування поверхні лопаті робочого колеса	6
1.3 Аналіз методик проектування поверхні лопаті робочого колеса.....	6
1.2 Висновки.	11
2 Постановка задачі.....	12
3 Формалізована методика проектування поверхні лопаті.....	13
3.1 Основні робочі гіпотези.....	13
3.2 Використовуваний та удосконалений апарат геометричного опису елементів об'єкту проектування та вирішення геометричних задач.....	14
3.2.1 Опис базового елемента.	14
3.2.2 Вирішення основних геометричних задач	16
3.3 Методика проектування поверхні лопаті робочого колеса насоса	21
3.4 Висновки	24
4 Програмна реалізація проектування поверхні лопаті.....	25
4.1 Опис програми.....	25
4.2 Порядок використання.....	26
4.3. Висновок	27
Висновки та рекомендації	28
Перелік літературних джерел.....	29

Вступ

Актуальність теми. На цей час склався такий підхід, при якому технічні об'єкти оцінюють за усіма показниками їх життєвого циклу. Важливе місце при цьому займає етап проектування, протягом якого забезпечуються показники якості, визначені технічним завданням на проектування. Важливе місце посідає підвищення якості проектування та скорочення його строків. Це стосується у повній мірі і відцентрових насосів (ВЦН). Цей тип обладнання має ту особливість, що його робочий процес складається із взаємного перетворення електричної енергії приводу, механічної енергії обертального руху ротора та гідравлічної енергії середовища, що перекачується. Останній етап відбувається у робочому колесі (РК) насоса і характеризується складною взаємодією потоку рідини та обтічних поверхонь проточної частини РК ВЦН. Обтічні поверхні РК мають складну форму, яка зумовлена характером їх обтікання потоком рідини. Проектування форми обтічних поверхонь засноване на нелінійних рівняннях, що описують робочий процес у робочому колесі, і виконується методом послідовних наближень (ітераційним способом). При цьому широко застосовуються методи нарисної та аналітичної геометрії. Проектування виконується традиційними графоаналітичними методами. Отримане рішення оцінюється візуально. У зв'язку з цим актуальними є задачі розробки таких методик проектування, які б були формалізованими, використовували кількісні показники та допускали реалізацію у вигляді програм для ПЕОМ.

Метою даної роботи є покращення методів проектування для зменшення строків проектування та створення за їх допомогою насосів з кращими показниками якості.

Для досягнення поставленої мети запропоновано вирішити наступні задачі:

- проаналізувати методи побудови поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса, як основного елемента процесу перетворення механічної енергії в гідравлічну.

- запропонувати формалізовану методику побудови поверхні лопаті, яка максимально враховує набутий досвід в галузі насособудування.
- розробити опис поверхні лопаті за допомогою геометричних елементів, які дозволяють виконувати зміну параметрів у процесі діалогу і забезпечують побудову поверхні лопаті та виконання її оцінки при довільних співвідношеннях проектних параметрів.

Об'єкт дослідження – протічна частина робочого колеса ВЦН.

Предмет дослідження – геометричні моделі поверхні лопаті РК ВЦН.

Методи дослідження – методи нарисної, аналітичної та обчислювальної геометрії.

Наукова новизна результатів роботи полягає в наступному:

- запропоновано формувати опис поверхні лопаті на площині конформного відображення сплайнами Безьє, що дозволяє алгоритмізувати, формалізувати процес проектування, розробити «гнучке» та вільне від непередбачуваних зупинок програмне забезпечення;
- поширене застосування інтерполяції та апроксимації параметрично описаними кривими третього порядку, це дозволяє при побудові геометричних моделей поверхонь довільної форми та розташування виконувати як прямі, так і зворотні побудови;
- наявність обмеженої кількості параметрів, які повністю описують поверхню лопаті складної форми, дозволяє застосувати їх для оцінки якості поверхні лопаті та використовувати методи оптимізації;
- запропоновані кількісні показники оцінки якості поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса.

Практична цінність роботи полягає в розробці програмної реалізації запропонованої методики у вигляді окремого модуля з відкритим інтерфейсом, що дозволяє сформувати та реалізувати побудову поверхні лопаті як окрему автоматизовану проектну процедуру.

1 Сучасний стан методики проектування поверхні лопаті робочого колеса ВЦН.

1.1 Об'єкт дослідження

Робоче колесо відцентрового насосу, як об'єкт проектування, являє собою два тіла обертання (основний та покривний диск) між якими розташовані лопаті. Лопаті, з геометричної точки зору, є тіла з поверхнями довільної форми, які обтікає рідина, та вісесиметричними поверхнями обертання, що їх обмежують і виконують роль кріплення до основного та покривних дисків робочого колеса. Форма робочої частини лопаті визначається характером взаємодії лопаті із потоком і визначається виключно гідродинамічними методами більшого або меншого ступеня узагальнення.

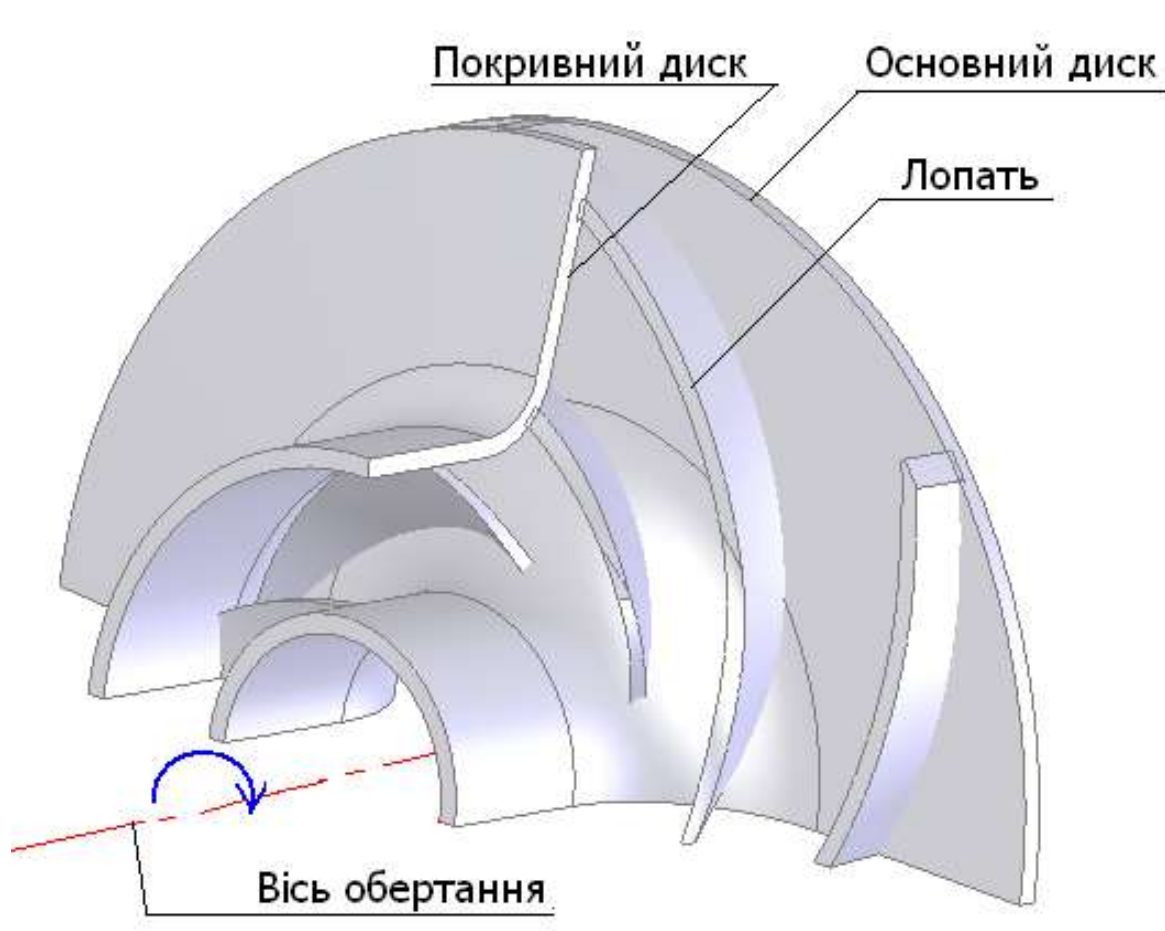


Рисунок 1.1 – Робоче колесо відцентрового насосу

1.2 Основи методики проектування поверхні лопаті робочого колеса

Проектування форми лопаті РК ВЦН засновано на квазітривимірній моделі течії рідини, при якій окремо розглядають течію між поверхнями обертання, так званий меридіанний потік, та обтікання перерізів лопаті (решітки профілів) меридіанним потоком. При проектуванні РК різної швидкохідності приймають різні типи меридіанних потоків, але найбільшого застосування отримав так званий рівношвидкісний потік, у якого швидкості однакові вздовж нормальних перерізів пороку. У зв'язку з довільністю форми меридіанного перерізу та типу потоку для проектування поверхні лопаті меридіанний потік задається дискретно у вигляді множин координат точок та швидкостей у них.

1.3 Аналіз методик проектування поверхні лопаті робочого колеса

Методик побудови поверхонь лопаті існує декілька. Вони мають свої особливості у виборі допоміжної поверхні на якій виконуються основні побудови ([1-14]: площина, конічна поверхня, циліндрична поверхня, тощо) в залежності від коефіцієнту швидкохідності:

$$n_s = 3.65n \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}, \quad (1.1)$$

де n – частота обертання, об/хв.;

Q – подача, м³/с;

H – напір, м;

Розробка автоматизованої методики повинна виконуватися на загальних засадах. Існуючий на цей час порядок проектування поверхні лопаті, що

відповідає вказаній вимозі, заснований на методиці, яка передбачає виконання наступних етапів [5-13]:

1. Побудова допоміжних площин, як розгортки циліндричних поверхонь, на які поверхні струму меридіанного потоку відображуються конформно, тобто із збереженням напрямків відрізків (кутів) та пропорційності їх довжини.

Для виконання основної умови конформного відображення при відображенні на циліндр співвідношення розмірів відповідних клітин координатних сіток поверхні струму та КД повинні задовольняти наступній пропорції:

$$\frac{dl}{dL} = \frac{ds}{dS} = \frac{r}{R}, \quad (1.2)$$

де dl і dL – нескінченно малі інтервали між паралелями, відповідно, на поверхні струму та на КД;

ds і dS – нескінченно малі інтервали між меридіанами, відповідно, на поверхні струму та на КД;

r – відстань інтервалів dl і ds від осі колеса;

R – радіус циліндра відображення.

На практиці умову (1.2) замінюють відношенням скінчених величин (див. рис. 1.1). Напишемо ці відношення окремо:

$$\frac{\Delta s}{\Delta S} = \frac{r}{R}, \quad (1.3)$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta L} = \frac{r}{R}. \quad (1.4)$$

Розглянемо спочатку побудову сіток паралелей. Оскільки в загальному випадку різні точки відрізка Δl на лінії струму знаходяться на різних відстанях від осі, в якості радіуса r доводиться приймати деяке середнє значення. Зазвичай, у формулі (1.3) за радіус r наближено приймають відстань до

середини відрізка Δl . Для зменшення похибок, що виникають при цьому, інтервали між паралелями повинні вибиратися по можливості невеликими.

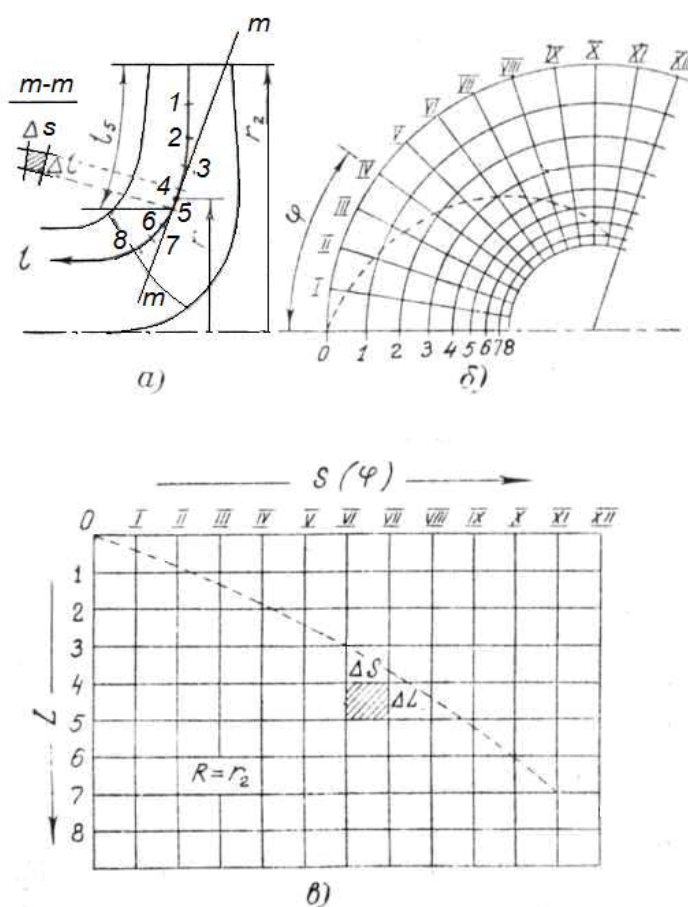


Рисунок 1.1 – Координатні сітки поверхні струму та конформного відображення на циліндр: а – меридіанний переріз колеса, б – план поверхні струму, в – КД – конформна діаграма – допоміжна площина – розгортка циліндра радіуса $R=r_2$

Розглянемо показаний на рис. 6 спосіб розмітки паралелей, який часто застосовується. Інтервал ΔL на КД приймають постійними. Тоді інтервали Δl на лінії струму, у міру наближення до осі, згідно умові (1.4), повинні зменшуватися.

Розмітку починають від нульової паралелі. Розмір кожного наступного інтервалу Δl , а отже, і положення відповідної паралелі на лінії струму визначають методом послідовних наближень, оскільки вони залежать від радіусу r , який, у свою чергу, залежить від розмірів і положення відрізка Δl .

Цей спосіб, хоча і наочний, не вільний від можливих помилок, оскільки положення кожної наступної паралелі визначається шляхом геометричного складання усіх попередніх інтервалів (відрізків). Помилки у визначенні кожного інтервалу можуть при такому складанні зрости і, накопичуючись уздовж лінії струму, часто ведуть до істотного порушення умов конформності.

2. Побудова на допоміжній площині слідів поверхні лопаті. Приклад показано на рис. 1.2. Справа вниз під кутом $\beta_{2л}$ до шостого перерізу відкладається відрізок прямої лінії, який прямими сполучається із відображеннями точок вхідної кромки (каркас), а також плавними лініями (гіперболи), що формують слід лопаті S.

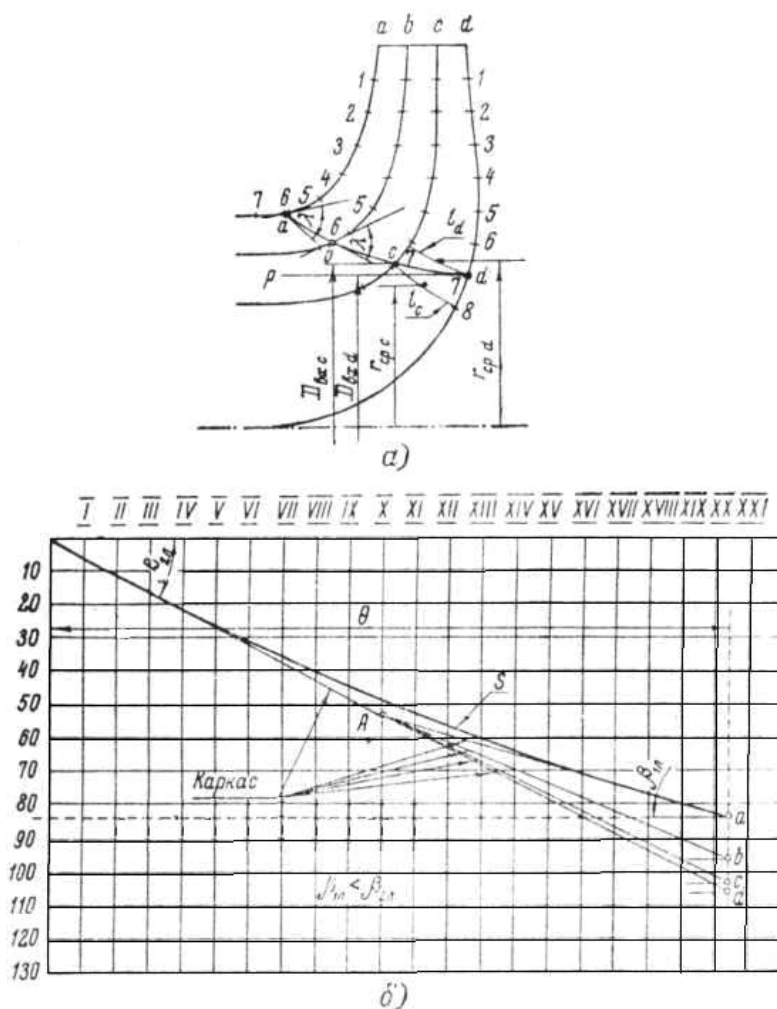


Рисунок 1.2 – Приклад побудови розрахункових слідів робочої поверхні лопаті: а – меридіанний переріз колеса, б – допоміжна площина

3. Визначення по координатам точок сліду на допоміжній площині координат точок у меридіанному перерізі, положення якого визначається заданим кутом охопту. Застосовується співвідношення між довжиною лінії струму та ординатою допоміжної площини.

Дана методика є устояною і широко висвітлюється як у спеціалізованих працях [1-6], так і у навчальній літературі [7 - 13]. В методичних розробках [10 - 12] даний підхід висвітлено найбільш конкретно.

Аналіз даних робіт показує, що незважаючи на багаторічне застосування вказана методика має декілька недоліків. Серед них наступні.

Критерієм для прийняття проектного рішення є візуальна оцінка плавності та монотонності зміни координат точок поверхні лопаті. Причому конкретних рекомендацій та критеріїв для прийняття проектних рішень на цьому етапі немає, якщо не зважати на розмите поняття «плавності». З іншого боку, при незадовільній оцінці плавності поверхні, проектант приймає рішення про коригування її форми і всі етапи повторюються.

Процес побудови конформного відображення є зручним для виконання операцій на допоміжній площині, на якій ордината початково розбивається на рівні відрізки і надто трудомістким для поверхні струму меридіанного потоку, на якій точки потрібно підбирати координати точок, дотримуючись умови пропорційності довжин відповідних відрізків. Такий підхід не дозволяє виконати просту алгоритмізацію відображення.

Контур сліду поверхні лопаті на допоміжній площині, складений із відрізків прямих ліній та гіпербол дозволяє будувати слід тальки для «сприятливого» вибору початкових умов, інакше початкові умови коригуються, а слід побудувати неможливо, а отже неможливо обчислити кількісні показники якості. Це неприйнятно при програмній реалізації методики.

Для подолання вказаних недоліків досліджено досягнення як фундаментальної [14], так і прикладної гідродинаміки [15]. Їх положення щодо причин втрат енергії потоку і їх залежності від характеру зміни форми каналу,

по якому протікає рідина, дозволяють розробити кількісні показники для оцінки якості поверхні, що проектується.

Широке розповсюдження верстатів з ЧПУ та технології прототипування дозволяє використовувати більш раціональні з гідродинамічної точки зору форми контурів обтічних поверхонь. Розвиток обчислювальної геометрії та геометричного моделювання [16-19] дозволяє практично застосовувати більш розвинені типи геометричних образів для конструювання ліній та поверхонь, а також геометричні відображення та перетворення у загальному вигляді і практично їх застосовувати в процесі автоматизованого проектування.

1.2 Висновки.

1. Встановлено, що існують методики проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса орієнтовані як на особливі випадки, так і загального характеру, які і вибрані для подальшого дослідження та удосконалення.

2. В процесі побудови поверхні лопаті не застосовуються кількісні показники якості поверхні.

3. Рекомендації існуючих методик орієнтовані на сприятливі з їх точки зору умови. Наводяться рекомендації щодо створення таких умов. Для «несприятливих» умов проектування побудова поверхні не виконується. Сприятливість оцінюється візуально і це не дозволяє формалізувати методику проектування поверхні лопаті.

4. З'ясовано, що застосування розвинених методів обчислювальної геометрії дозволить подолати виявлені недоліки та створити формалізовану методику автоматизованого проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса незалежно від його швидкохідності.

2 Постановка задачі

Постановка задачі. Розробити та програмно реалізувати формалізовану методику реалізації проектної процедури формування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса, що максимально враховує накопичений досвід насособудування.

Задано:

1. Проектні параметри робочого колеса:

n – частота обертання, об/хв.;

Q – подача, м³/с;

H – напір, м;

D_2 – зовнішній діаметр, м;

$\beta_{2л}$ - кут лопаті на зовнішньому діаметрі, град;

m - кількість лопатей;

K_1 – момент швидкості на вході в робоче колесо, м²/с.

2. Гідродинамічна сітка меридіанного потоку: множина координат точок у циліндричній системі координат, ось якої співпадає із віссю обертання робочого колеса, та меридіанних швидкостей у них.

Множини є упорядкованими та мають потужність $K_{лт} \times K_{нп}$, де $K_{лт}$ – кількість характерних ліній струму меридіанного потоку, а $K_{нп}$ – кількість нормальних перерізів потоку (точок на лініях струму).

Значення усіх вказаних параметрів вважаються відомими, як результати прийняття попередніх проектних рішень.

3 Формалізована методика проектування поверхні лопаті

3.1 Основні робочі гіпотези

Відповідно до сучасних уявлень про гідродинаміку течій рідини в каналах локальною оцінкою величини швидкості на поверхні є її кривина. Відповідно до цього приймаємо наступні гіпотези:

А. Довільну залежність на обраному відрізку з необхідною точністю можна наблизити алгебраїчним багаточленом (теорема Карла Вейерштасса). Для проектування приймаємо поліном третього ступеня з можливістю обчислення першої та другої похідної для визначення кривини.

Б. З метою керування не тільки положенням а й напрямком елемента лінії приймаємо форму полінома у вигляді сплайна Безьє.

В. З метою забезпечення неперервності обчислень для елементів довільного положення застосовуємо параметричну форму запису.

Г. Враховуючи довільність форми поверхні лопаті робочого колеса будемо подавати її у формі двопараметричного представлення у вигляді напрямних та твірних ліній. У якості напрямних ліній використовуємо лінії струму заданого меридіанного потоку, а у якості твірних – спроектовані лінії

Д. З метою уникнення обчислювальних «колізій» для вхідних даних та результатів проектування передбачаємо та контролюємо рівномірний розподіл точок вздовж напрямних та твірних ліній поверхні.

Е. З метою використання накопиченого досвіду у галузі насособудування зберігаємо у вигляді практичних рекомендацій традиційний порядок проектування для забезпечення максимальної якості об'єкту проектування та найшвидшої адаптації проектувальників до нового програмного продукту.

3.2 Використовуваний та удосконалений апарат геометричного опису елементів об'єкту проектування та вирішення геометричних задач

3.2.1 Опис базового елементу.

Для формування форми кривої у діалоговому режимі застосовується рівняння кривої Безьє наступного виду [17], стор.111., [18], стор.147 :

$$P(t) = A \cdot (1-t)^3 + 3 \cdot B \cdot t \cdot (1-t)^2 + 3 \cdot C \cdot (1-t) \cdot t^2 + D \cdot t^3, \quad (3.1)$$

де $P(t)$ – координата кривої, що відповідає значенню параметра t , який змінюється в діапазоні $0 \leq t \leq 1$;

A, B, C, D – координати опорного каркасу кривої.

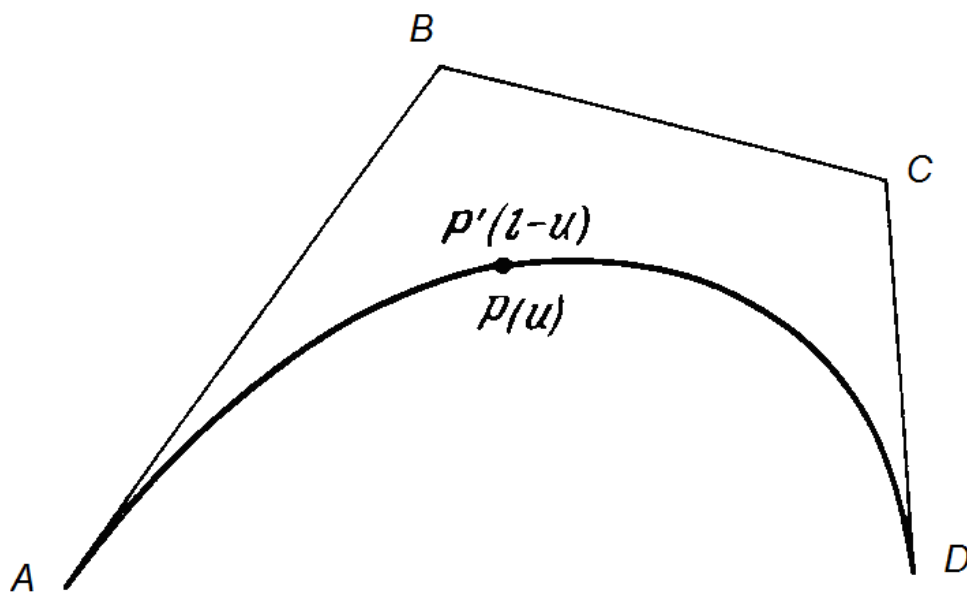


Рисунок 3.1 – Опорний каркас кубічної кривої [18]:

u, l – поточна та повна довжина лінії AD.

Координати A та D задають положення початку та кінці кривої, а точки B та C напрямок кривої відповідно в точках A та D.

Для визначення похідних зручно виразу (3.1) надати вигляду полінома. Розкривши дужки та звівши доданки з однаковими ступенями параметра, отримаємо

$$P(t) = a t^3 + b t^2 + ct + d, \quad (3.2)$$

де a, b, c, d – коефіцієнти полінома, визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} a &= 3B - A - 3C + D; \\ b &= 3A - 6B + 3C; \\ c &= 3B - 3A; \\ d &= A. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Тоді похідні за параметром t визначаються як

$$P'(t) = 3a t^2 + 2b t + c; \quad (3.4)$$

$$P''(t) = 6 a t + 2 b. \quad (3.5)$$

Кривина лінії в заданій точці з параметром t :

$$k = \frac{P'_x(t) \cdot P''_y(t) - P''_x(t) \cdot P'_y(t)}{\left[\sqrt{(P'_x(t))^2 + (P'_y(t))^2} \right]^3} \quad (3.6)$$

Довжина лінії до поточної точки з параметром t

$$\int_0^t \sqrt{(P'_x(t))^2 + (P'_y(t))^2} dt \quad (3.7)$$

Якщо елемент застосовується як відрізок прямої лінії, то для нього, як особливий випадок (3.1) набуває вигляду

$$P(t) = A+(D-A)t. \quad (3.7)$$

3.2.2 Вирішення основних геометричних задач

3.2.2.1 Фіксація точки на лінії.

У ряді випадків необхідно коригувати положення окремих точок на лінії, наприклад положення вхідної чи вихідної кромки лопаті. При цьому у залежності від власних міркувань проектувальник призначає значення обраної координати, наприклад X . Для неї із координат гідродинамічної сітки меридіанного потоку вибирається пара точок між якими розташована задана. Для цього шляхом перебору дотримуємося вимоги

$$(X-x_j)(X-x_{j-1}) \leq 0$$

Якщо точка лежить поза межами відрізка $[j, j-1]$, то вказаний вище добуток завжди приймає додатне значення. У якості початкового значення для визначення параметра за методом послідовних наближень приймаємо $t_0=t_{j-1}$. Зважаючи на плавність та монотонність зміни параметрів поверхні послідовні наближення за методом Ньютона [19], стор. 653:

$$t_n = t_{n-1} + [P(t_{n-1}) - X] / P'(t_{n-1}). \quad (3.8)$$

При «гарному» початковому значенні кореня наближенні сходяться до кореня рівняння з квадратичною швидкістю.

Після визначення t_n за умови $|t_n - t_{n-1}| \leq \varepsilon$ значення другої координати точки визначаємо за формулою (3.1).

3.2.2.2 Визначення точки перетину двох кривих Безьє.

Для вирішення цієї задачі необхідно знайти значення параметрів t та τ , які використовуються для першої та другої кривої відповідно. Умова однакових значень абсцис та ординат точок на обох кривих:

$$a_{x1} t^3 + b_{x1} t^2 + c_{x1} t + d_{x1} = a_{x2} \tau^3 + b_{x2} \tau^2 + c_{x2} \tau + d_{x2};$$

$$a_{y1} t^3 + b_{y1} t^2 + c_{y1} t + d_{y1} = a_{y2} \tau^3 + b_{y2} \tau^2 + c_{y2} \tau + d_{y2};$$

зводиться до рішення нелінійної алгебраїчної системи рівнянь

$$F1(t, \tau) = (a_{x1} t^3 + b_{x1} t^2 + c_{x1} t + d_{x1}) - (a_{x2} \tau^3 + b_{x2} \tau^2 + c_{x2} \tau + d_{x2}) = 0;$$

$$F2(t, \tau) = (a_{y1} t^3 + b_{y1} t^2 + c_{y1} t + d_{y1}) - (a_{y2} \tau^3 + b_{y2} \tau^2 + c_{y2} \tau + d_{y2}) = 0.$$

Для застосування методу Ньютона формуємо матрицю Якобі

$$J(t) = \begin{vmatrix} \frac{\partial F1}{\partial t} & \frac{\partial F1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial F2}{\partial t} & \frac{\partial F2}{\partial \tau} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3a_{x1} t^2 + 2b_{x1} t + c_{x1} & 3a_{x2} \tau^2 + 2b_{x2} \tau + c_{x2} \\ 3a_{y1} t^2 + 2b_{y1} t + c_{y1} & 3a_{y2} \tau^2 + 2b_{y2} \tau + c_{y2} \end{vmatrix}$$

Ця матриця розміром 2×2 має обернену, яка в стандартних позначеннях визначається як [19]

$$J^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{vmatrix} a_{22} & -a_{21} \\ -a_{12} & a_{11} \end{vmatrix}.$$

Обернення матриці можливо при виконанні умови $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$.

Процес наближень формуємо за рівнянням

$$\begin{vmatrix} t \\ \tau \end{vmatrix}_n = \begin{vmatrix} t \\ \tau \end{vmatrix}_{n-1} - J_{n-1}^{-1} \begin{vmatrix} F1_{n-1} \\ F2_{n-1} \end{vmatrix}. \quad (3.9)$$

Процес наближень закінчуємо, коли кожен із параметрів не перевищує наперед заданого малого значення ε . В процесі наближень в правій частині використовуються значення параметрів попереднього наближення.

3.2.2.3 Локальна апроксимація параметричним сплайном Безьє.

Оскільки найбільш доцільним є застосування натурального параметра, то у його якості для застосовуваних сплайнів Безьє використаємо безрозмірну (нормовану до загальної довжини розглянутої кривої) довжину. На початку апроксимації (інтерполяції) сама крива та її довжина невідомі, то необхідним становиться застосування процесу ітераційного наближення.

Для заданих чотирьох точок нульове значення параметра визначаємо за лінійним наближенням при $l_1 = 0$:

$$l_i = \sum_i [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2]^{1/2}, \quad i=2,3,4$$
$$t_i = l_i / l_4. \quad (3.10)$$

Застосовуємо форму запису (3.2)

$$P(t) = a t^3 + b t^2 + ct + d,$$

При цьому завжди $d = x_1$. Підставляючи значення параметру $t_2, t_3, t_4=1$ та значення шуканої координати x_2, x_3, x_4 отримуємо для коефіцієнтів полінома систему лінійних алгебраїчних рівнянь,

$$t_i^3 a + t_i^2 b + t_i c = x_i - x_1, \quad i=2,3,4; \quad (3.11)$$

яку вирішуємо методом Крамера за скінчену кількість обчислень. Після визначення коефіцієнтів для другої координати можна організувати наступний процес послідовних наближень:

Крок 1. Використовуючи значення похідних по (3.4) обчислюємо довжину за формулою (3.7) та значення параметра по (3.10).

Крок 2. Формуємо систему рівнянь (3.11) для абсцис точок та знаходимо коефіцієнти для їх параметричного опису.

Крок 3. Формуємо систему рівнянь (3.11) для ординат точок та знаходимо коефіцієнти для їх параметричного опису.

Крок 4. Використовуючи значення похідних по (3.4) обчислюємо довжину за формулою (3.7) та значення параметра по (3.10).

Крок 6. Порівнюємо значення параметру поточного та попереднього наближення. Якщо значення кожного параметра відрізняється від його попереднього значення менше наперед заданого малого значення ε , то кінець обчислень, інакше виконувати крок 2.

3.2.2.4 Глобальна апроксимація параметричним сплайном Безьє.

З метою зменшення рішень комбінаторних задач на гідродинамічній сітці меридіанного потоку доцільно у обґрунтованих випадках застосовувати глобальну апроксимацію характерних ліній.

Відомо, що криву Безьє можна розбити на дві кривих Безьє. Однак зворотній процес не завжди обґрунтований та зумовлений вихідними даними. Тому доцільним є застосування методу найменших квадратів для врівноваження можливих відхилень вихідних даних від апроксимуючого кубічного сплайну.

Запишемо вираз найменших квадратів для n вихідних точок з використанням сплайну Безьє у формі (3.1):

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \left[y_i - \left[A \cdot (1 - t_i)^3 + 3 \cdot B \cdot (1 - t_i)^2 \cdot t_i + 3 \cdot C \cdot (1 - t_i) \cdot (t_i)^2 + D \cdot (t_i)^3 \right] \right]^2$$

Оскільки, за визначенням, параметри A та D – координати першої та останньої точки і визначаються вихідними даними, то визначенню підлягають

параметри В та С. Як і традиційно знайдемо похідні від нев'язки ε по параметрам В та С і прирівняємо їх нулю:

$$-6 \cdot \sum_{i=1}^n \left[(t_i - 1)^2 \cdot t_i \cdot \left[A \cdot (t_i - 1)^3 - D \cdot (t_i)^3 - 3 \cdot B \cdot (t_i - 1)^2 \cdot t_i + 3 \cdot C \cdot (t_i - 1) \cdot (t_i)^2 + y_i \right] = 0. \right.$$

$$6 \cdot \sum_{i=1}^n \left[(t_i - 1) \cdot (t_i)^2 \cdot \left[A \cdot (t_i - 1)^3 - D \cdot (t_i)^3 - 3 \cdot B \cdot (t_i - 1)^2 \cdot t_i + 3 \cdot C \cdot (t_i - 1) \cdot (t_i)^2 + y_i \right] = 0. \right.$$

Відносно В та С даний запис є системою двох лінійних рівнянь з двома невідомими. Вирішується вона за методом Крамера. Невідомі значення параметра t визначається застосуванням локальної апроксимації для визначення відстані до поточних точок та її нормування до сумарної довжини лінії $n-1$ – разовим застосуванням процедури попереднього пункту кожен раз використовуючи довжину середнього елемента, крім випадків першого та останнього застосування – для них відповідно перший та останній елементи.

3.3 Методика проектування поверхні лопаті робочого колеса насоса

3.3.1 Вихідні дані

Вихідні дані, перелічені в постановці задачі, готуються програмно попередніми проектними процедурами та вводяться при активізації форми програмної реалізації даної проектної процедури.

3.3.2 Визначення положення кромки лопаті та параметрів на них

Вихідну кромку (кромку на напірній стороні) розташовуємо на зовнішньому діаметрі D_2 робочого колеса. Вхідну кромку – в зоні повороту потоку. Обидві кромки описуємо кривими Безьє з можливістю зміни положення. Для вихідної кромки зміна виконується вкрай рідко – робоче колесо повинно створювати максимальний напір при мінімальних розмірах.

Для поточних положень кромки визначаються координати перетину з лініями струму гідродинамічної сітки меридіанного потоку, швидкості меридіанного потоку.

3.3.3 Визначення кутів лопаті

Кут лопаті на напірній стороні, для якої застосовується індекс 2, $\beta_{2л}$ є проектним параметром, що визначається попередніми розрахунками і присвоюється для кожної поверхні струму однаковий.

Кут лопаті на стороні всмоктування на вхідній кромці, для якої застосовується індекс 1, визначається як кут потоку, до якого прибавляється кут атаки.

$$\beta_{1лi} = \beta_{1i} + \alpha_i.$$

Кут напрямку відносного потоку визначається за формулою для і-тої поверхні струму

$$\beta_{1i} = \arctg[V_{m1i}/(\omega \cdot r_{1i} - K/r_{1i})],$$

$\omega = \pi n/30$ – кутова швидкість обертання лопаті.

Для кута атаки існують нечіткі рекомендації: від 3^0 на покривному диску до $15 \dots 25^0$ на основному диску. Дана рекомендація оформляється у вигляді керованого кривою Безьє елемента для її коригування.

3.3.4 Виконання конформного відображення

У загальному випадку, який не залежить від особливостей меридіанного перерізу робочого колеса, конформне відображення довільної поверхні струму меридіанного потоку, як поверхні обертання, на циліндричну поверхню радіуса R_0 , яка розгортається на допоміжну площину, виконується за допомогою формул:

для осі абсцис

$$x = R_0 \cdot \theta,$$

для осі ординат

$$y = \int_0^l \frac{dl}{R(l)}.$$

Для обчислення інтегралів даного типу для кожної поверхні струму використовуються залежності розділу (3.1) та формула трапецій, яка має другий порядок точності. Окремо фіксуються значення для вхідної кромки. Вихідна кромка розташована в точці початку системи координат на допоміжній площині.

3.3.5 Побудова сліду поверхні лопаті на допоміжній площині.

Для гарантування створення робочим колесом необхідного напору рекомендується на куті охопту лопаті близько 40° забезпечити напрямок лопаті під кутом $\beta_{2л}$ – забезпечуємо формуванням сліду як відрізка прямої за виразом (3.8). Умову плавності з'єднання вихідної частини лопаті з вхідною забезпечуємо використанням сплайнів Безьє.

Якщо отримуємо непридатну форму поверхні при візуальному контролі, то виконуємо коригування положення вхідної кривки, кутів атаки та охопту лопаті.

3.3.6 Кількісні показники якості поверхні лопаті

Функціонально призначення лопаті полягає у ефективному (з мінімальними втратами) перетворенні енергії обертального руху робочого колеса у гідравлічну енергію середовища, що перекачується.

В прикладній гідромеханіці втрати енергії потоку розглядають двох видів: втрати на тертя об стінки каналу та місцеві втрати. Оскільки втрати на тертя визначаються величиною площі поверхні каналу та осередненими значеннями швидкості, то ця величина є приблизно однаковою для різних варіантів лопаті для одного меридіанного перерізу. Втрати місцеві пов'язані із зміною напрямку потоку та величини швидкості.

Ці міркування дозволяють ввести наступні критерії якості для проєктованої поверхні лопаті:

$$K_\beta = [\Sigma\Delta\beta_3 + \Sigma\Delta\beta_n] / |\beta_{2л} - \beta_{1л}|. \quad (3.12)$$

При обчисленні вздовж сліду сума $\Sigma\Delta\beta_3$ обчислюється у тому випадку, коли кут напрямку сліду збільшується і, відповідно сума $\Sigma\Delta\beta_n$ у випадку падіння величини кута. $K_\beta = 1$ є оптимальним значенням – кут змінюється у

одному напрямку і енергія потоку не витрачається на «зайві» повороти напрямку.

Аналогічно обчислюємо зміну площі перерізу між слідом та його образом, що на крок розташований вправо.

$$K_F = [\sum \Delta F_3 + \sum \Delta F_n] / |F_2 - F_1|. \quad (3.13)$$

Критерій K_F має аналогічний зміст і відслідковує зайве розширення (звуження) потоку у каналі.

3.4 Висновки

Для вирішення задач проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса запропоновано використовувати апроксимацію елементів, що описують лінії на її поверхні у вигляді сплайнів Безьє третього порядку. При цьому отримано рішення наступних задач.

1. Визначення положення точки на кривій за однією із координат.
2. Визначення точки перетину двох кривих Безьє.
3. Знаходження локальної апроксимації параметричним сплайном Безьє.
4. Знаходження глобальної апроксимації параметричним сплайном Безьє.
5. На основі вирішених задач запропоновано формалізовану методику проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса.
6. Запропоновано кількісні показники оцінки якості поверхні лопаті.

4 Програмна реалізація проектування поверхні лопаті

4.1 Опис програми

Наведені вище рішення геометричних задач та методика проектування поверхні лопаті запрограмовані для практичного застосування. Програма мовою Pascal реалізована в середовищі розробки Delphi [20,21].

Програма являє собою вікно з меню для керування процесом проектування:

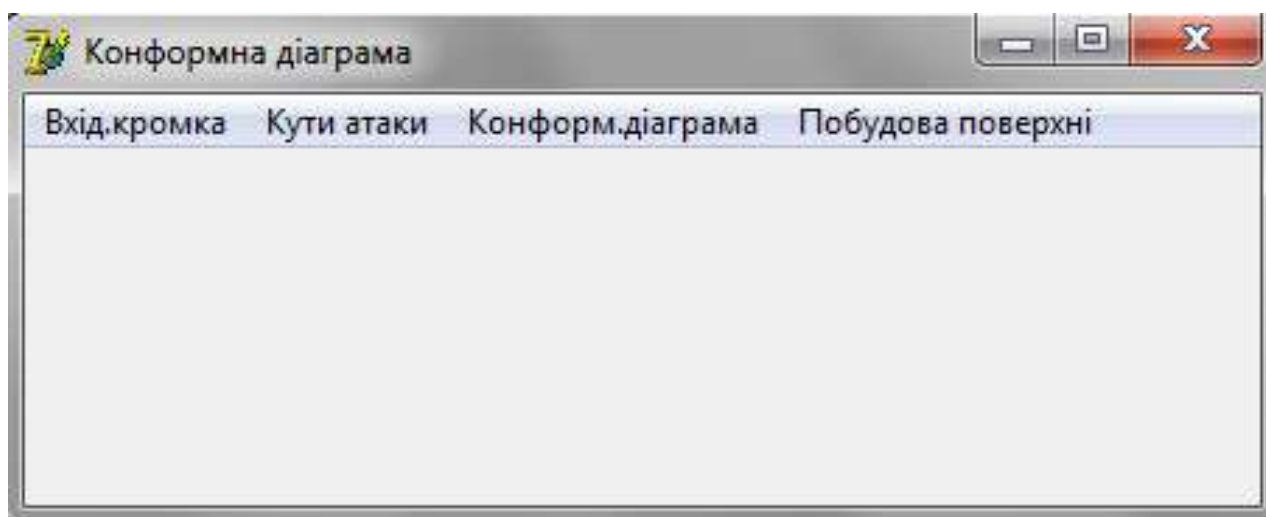


Рисунок 4.1 – Вікно програми проектування сліду лопаті

Перші три пункти меню спочатку використовуються для створення відповідних об'єктів, а потім для їх коригування. Після узгодження всіх параметрів виконується розрахунок координат точок на поверхні лопаті, запис їх до файлу результатів, візуальних відображень інформації не виконується, після завершення роботи вікно програми закривається.

Крім текстового файлу для обміну інформацією між проектними процедурами інформація також заноситься до робочої книги Excel для використання як параметричними даними CFD-програмою SolidWorks.

4.2 Порядок використання

Під час запуску програми для поточного проекту виконується читання підготовлених даних і після активізації програма готова до роботи. З прочитаними даними та існуючим рекомендаціями виконані розрахунки із значеннями параметрів по замовчуванню. Для перегляду та коригування положення вхідної кромки лопаті в меридіанному перерізі робочого колеса активізуємо перший пункт меню «Вхід.кромка»:

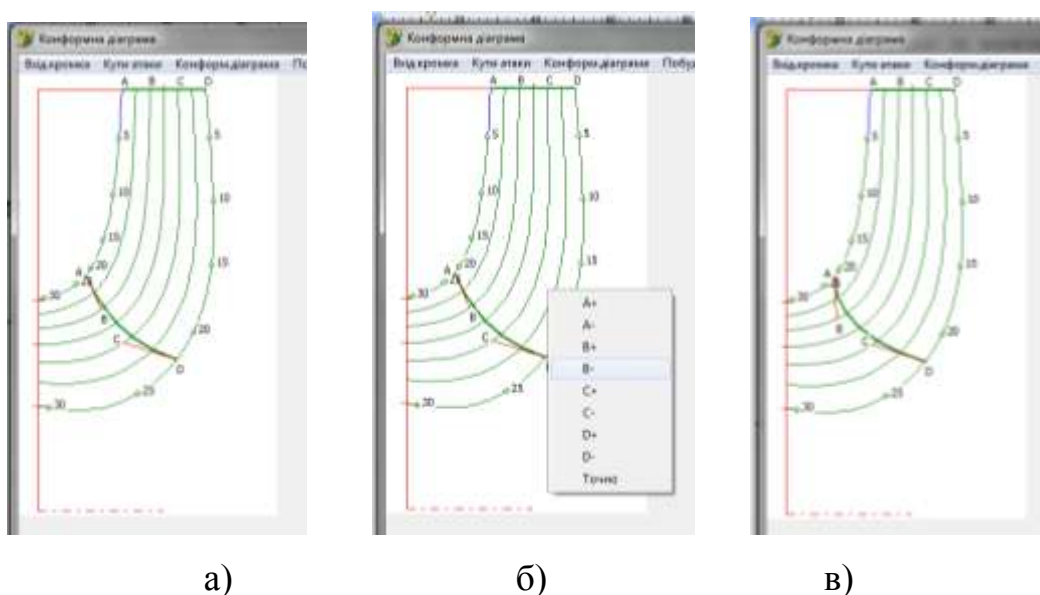


Рисунок 4.2 – Керування положенням вхідної кромки

а) – вихідне положення вхідної кромки; б) – виклик контекстного меню керування каркасом кромки; в) – оновлена форма вхідної кромки.

Розподілом кутів атаки можна керувати через пункт меню «Кути атаки» у частині вікна розташованій нижче зображення меридіанного перерізу:

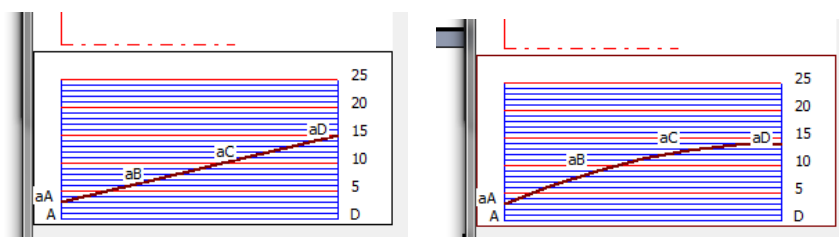


Рисунок 4.3 – Керування розподілом кутів атаки

Побудову сліду лопаті на допоміжній площині виконуємо командою пункту меню «Конформ.діаграма»:

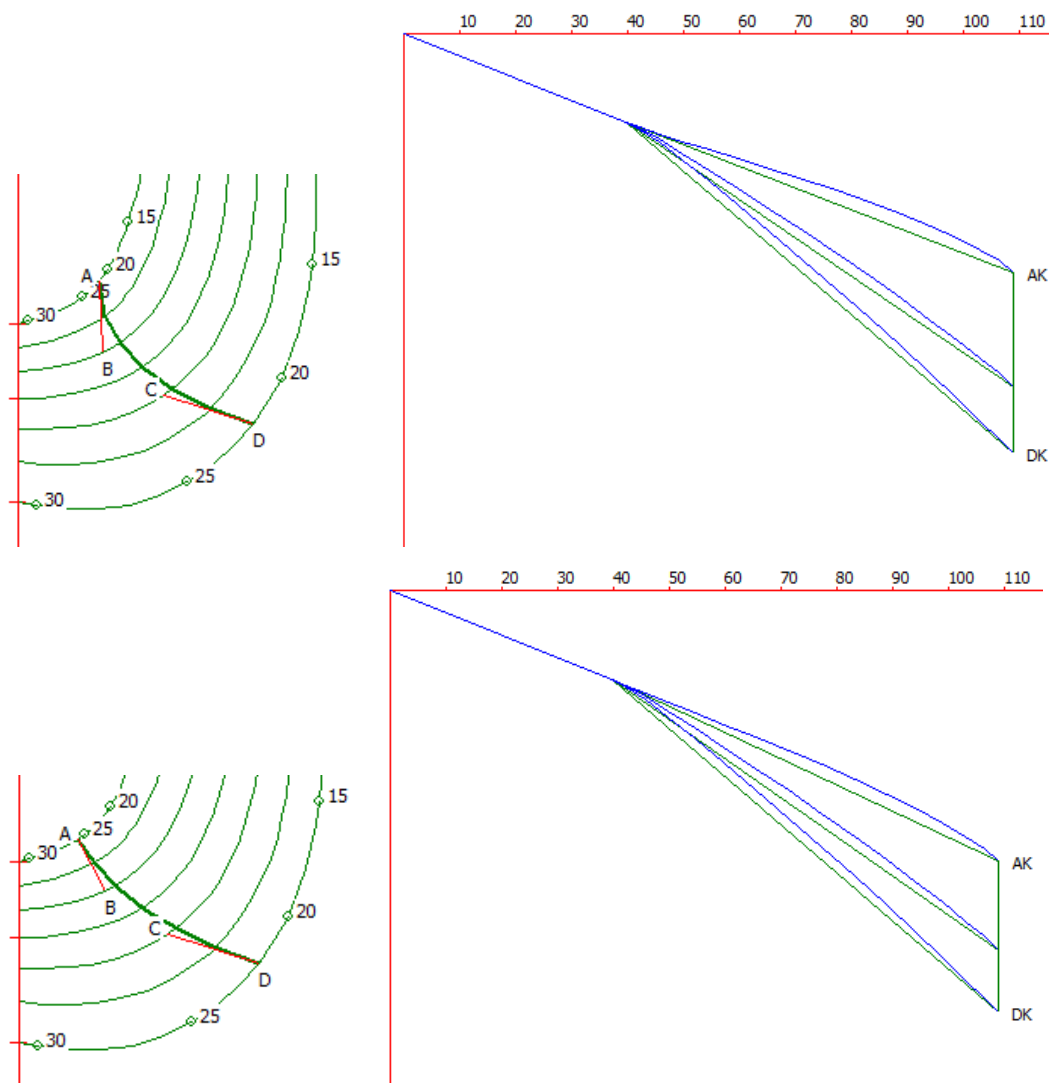


Рисунок 4.4 –Побудова сліду лопаті для двох положень кромки

4.3. Висновок

Виконано програмну реалізацію побудови поверхні лопаті РК ВЦН, що підтверджує можливість використання її як окремої проектної процедури при проектуванні ВЦН.

Висновки та рекомендації

Виконано аналіз існуючих методик побудови поверхні лопаті. Встановлено, що існують методики проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса орієнтовані як на особливі випадки, так і загального характеру, які і вибрані для подальшого дослідження та удосконалення. В процесі побудови поверхні лопаті не застосовувалися кількісні показники якості поверхні.

З'ясовано, що застосування розвинених методів обчислювальної геометрії дозволить подолати виявлені недоліки та створити формалізовану методику автоматизованого проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса незалежно від його швидкохідності.

Для вирішення задач проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса запропоновано використовувати апроксимацію елементів, що описують лінії на її поверхні у вигляді сплайнів Безьє третього порядку. При цьому отримано рішення наступних задач.

1. Визначення положення точки на кривій за однією із координат.
2. Визначення точки перетину двох кривих Безьє.
3. Знаходження локальної апроксимації параметричним сплайном Безьє.
4. Знаходження глобальної апроксимації параметричним сплайном Безьє.
5. На основі вирішених задач запропоновано формалізовану методику проектування поверхні лопаті робочого колеса відцентрового насоса.
6. Запропоновано кількісні показники оцінки якості поверхні лопаті.

Виконано програмну реалізацію побудови поверхні лопаті РК ВЦН, що підтверджує можливість використання її як окремої проектної процедури при проектуванні ВЦН. Для впливу на форму поверхні лопаті необхідно змінювати положення вхідної кромки та розподіл на ній катів атаки потоку на лопать.

Перелік літературних джерел

1. Айзенштейн М.Д. Центробожные насосы для нефтяной промышленности.- М.: Гостоптехиздат, 1957. -363 с.
2. Пфлейдерер К. Лопаточные машины для жидкости и газа./ 4-е перераб. изд. / Пер. с англ. под ред. В.И. Поликовского. – М.: ГНТИМЛ. – 1960.- 684 с
3. Степанов А.И. Центробежные и осевые насосы. Теория, конструирование и применение. / Пер. с англ. под ред. В.И. Поликовского. – М.: ГНТИМЛ. – 1960.- 462 с.
4. Ломакин А.А. Центробежные и осевые насосы. — М - Л.: Машиностроение, 1966. — 363 с.
5. Михайлов А.К., Малюшенко В.В. Конструкция и расчет центробежных насосов высокого давления. – М.: Машиностроение. - 1971.- 304 с.
6. Лопастные насосы. Справочник под ред. Зимницкого В.А., Умова В.А. – Л.: Машиностроение.- 1987. – 334 с.
7. Михайлов А.К., Малюшенко В.В. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование. – М.: Машиностроение. - 1977– 288 с.
8. Будов В.М. Насосы АЭС: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат. – 1986. – 408 с.
9. Овсянников Б.В., Боровский Б.И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей.- 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение.- 1986.- 376 с.
- 10.Машин А.И. Профилирование проточной части рабочих колес центробежных насосов: Учеб. пособие. - М.: МЭИ, 1976.- 42 с.
- 11.Мелашенко В.И., Зуев А.В. Профилирование лопастей рабочих колес центробежных насосов/ Метод. указания по курсовому и

- дипломному проектированию лопастных насосов. Ч.1. - М.: МВТУ, 1980.-32 с.
- 12.Байбаков О.В Применение ЭВМ в расчетах проточной полости лопастных гидромашин. Учеб. пособие по курсовому и дипломному проектированию. Ч. 1. М.: МВТУ, 1982. - 40 с.
- 13.Жарковский А.А. Основы САПР лопастных гидромашин: Учебное пособие. – Л.: ЛПИ.- 1989. – 92 с.
- 14.Лойцянский Л.Г. Механика жидкостей и газа. - М.: Наука, 1976.- 847с.
- 15.Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. – М.: ГИФМЛ. – 1962. – 512 с.
- 16.Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве/ перев. с англ. - М.: Мир. – 1982. – 304 с.
- 17.Жермен-Лакур П., Жорж П.Л., Пистр Ф., Базье П. Математика и САПР. книга 2 Вычислительные методы. Геометрические методы/ перев. с фр., – М. : Мир, 1989г., 265 с. - ISBN: 5-03-000417-3
- 18.Голованов Н.Н Геометрическое моделирование. - М.: Изд-во физ. - мат. лит. – 2002. – 472 с. – ISBN 5-94052-048-0.
- 19.Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров // Г.Корн, Т. Корн - М. : Наука, глав. ред. физ. - мат. лит. 1978 – 832 с.
- 20.Дарахвелидзе П.Г., Марков Е.П. Программирование в Delphi 7.- СПб.: БХВ-Петербург.- 2003. – 784 с. – ISBN 5-94157-116-X.
- 21.Пестриков В.М., Маслобоев А.Н. Delphi на примерах.- СПб.: БХВ-Петербург.- 2005. – 496 с. – ISBN 5-94157-713-3.